a

Procenty

Pewnego wiosennego poranka pan Janusz z kubkiem kawy w dłoni i leniwym nieładem we włosach wyrusza w stronę skrzynki pocztowej, oczekując listów od miłości sprzed lat. Niepewna, acz wprawna ręka wyciąga stertę papierów, wśród których przeważają prośby i groźby rodzaju „od czerwca podwyżka cen gazu o 30%”. Pocierając prawy pośladek, niewzruszony pan Janusz przegląda dalej. Jego uwagę przykuwa ulotka hipermarketu „Bułka – stać nawet Ciebie!” niosąca światu nowinę „Tylko dzisiaj! Parówki babuni tańsze o 60%”. Czując przyspieszone bicie serca, pan Janusz kumuluje w sobie gotowość do podjęcia walki o przecenione parówki. Ciska kubkiem kawy i czym prędzej wskakuje na rower.

Tanie parówki

Intuicje

Stoczywszy zacięty bój z panią Krystyną o pierwszeństwo w kolejce do mięsnego, pan Janusz zaopatruje się w dwa kilogramy parówek babuni. Kierując się roztropnością i poradami matki, uważnie czyta skład zakupionych kiełbasek: „Woda: 40%, Skóry wieprzowe: 30%, Seler: 10%, Konserwanty: 10%, Mięso drobiowe: 4%, Skrobia ziemniaczana: 4%, Gorczyca: 1%, Polepszacze smaku: 1%”. Zadowolony z dobrego zakupu, kieruje się do kasy.

Z procentami spotykamy się prawie na co dzień. Właściwie są one niczym więcej niż innym sposobem na zapisanie ułamków dziesiętnych. Symbol % oznajmia, że mamy do czynienia z ułamkiem o mianowniku 100. Konwersja procentów na ułamki zwykłe i dziesiętne jest bardzo prosta:

* 40% = 0,40 =
* 57% = 0,57 =
* 100% = 1
* 66,7% = 0,667 =

Matematyka doskonale mogłaby się obyć bez procentów. Jednak nie hipermarkety, banki, przedsiębiorstwa. Procenty stosujemy z prostego powodu: dobrze działają na wyobraźnię. Najczęściej procentów używamy do opisania „części całości”. Dość łatwo sobie uzmysłowić, że 100% odpowiada pełni, jedności, a pomniejsze procenty to coraz mniejsze fragmenty całości. Gdy widzimy informację, że 40% parówki[[1]](#footnote-1) stanowi woda, mamy dość dobre wyobrażenie, jak bardzo… ciekła… jest ta parówka.

* Pan Janusz zahacza o alejkę z kosmetykami i higieną. Etykieta na dezodorancie „Unholy Man Species” głosi, że produkt jest polecany przez 90% mężczyzn. Oznacza to, że gdy wybierzemy losowych 10 mężczyzn, 9 spośród nich powinno wypowiedzieć się przychylnie na temat dezodorantu. Pan Janusz nie przypomina sobie, by ktokolwiek pytał go o zdanie na ten temat.
* W mleku 3,2% tłuszcz stanowi 0,032 całej masy mleka. Michaś patrzy na mleko 3,2% niechętnie. Preferuje śmietankę 30%.
* Batonik „Banana Ecstasy” ma nałożony podatek VAT w wysokości 23%. Oznacza to, że gdy płacimy za kupowany batonik, tej kwoty jest odprowadzane[[2]](#footnote-2) do skarbu państwa.

Procent liczby

Intuicje

Zakładając, że pan Janusz zje zakupione 2 kg parówek, w których składzie mięso drobiowe stanowi 4%, to ile mięsa drobiowego pan Janusz spożyje? Pytanie, które sobie zadajemy, brzmi „Ile to jest 4% z 2 kg?”. Obliczanie procentu liczby jest tym samym, co obliczanie ułamka liczby. Odpowiedź daje proste mnożenie

Podobnie, moglibyśmy zapytać „Jeśli w dwóch kilogramach parówek mieści się 80 g mięsa, to ile procent składu stanowi mięso?”. Wtedy obliczylibyśmy

Wykonując różne operacje na procentach nie zapominajmy, że symbol % ma takie samo znaczenie jak ułamek . Użycie procentu to po prostu wstydliwy sposób zapisu ułamka.

* Dumny z udanego zakupu, pan Janusz udaje się z parówkami w torebce foliowej do eleganckiej restauracji włoskiej, by świętować dobrze dokonaną oszczędność. Zamawia spaghetti i butelkę 0,75 l wina Château de Camensac zawierającego 13% alkoholu[[3]](#footnote-3). Wypicie całej butelki zapewnia panu Januszowi niezapomniane doznania oraz 13% 0,75 l = 0,13 0,75 l = 0,0975 l alkoholu w organizmie.
* Jadąc do domu na rowerze, pan Janusz spostrzega, że droga jest wyjątkowo długa, kręta i wyboista. W trosce o komfort jazdy pana Janusza, policjant z drogówki rozporządza test alkomatem. Załóżmy, że w ciele pana Janusza znalazło się 0,09 kg alkoholu. Płyny limfatyczne stanowią 70% masy ciała, czyli szacując po sylwetce 70%100 kg = 70 kg ważą Januszowskie płyny limfatyczne. W takim razie ile jest procent alkoholu we krwi? Niezawodne narzędzie oznajmia zawartość alkoholu. Przejażdżka pana Janusza skończy się w tym miejscu.

Procenty dobrze służą do wyrażania ułamków rzędu jednej setnej. Wtedy przed znakiem % będzie stała liczba naturalna. Gdy schodzimy na rząd jednej tysięcznej, do użytku wchodzą *promile* wyrażane symbolem . Powszechnie mówi się, że pan Janusz ma alkoholu we krwi[[4]](#footnote-4), nie zaś .

Podwyżki i obniżki

Intuicje

Przecena parówek o 60% to nie przelewki. Jeśli cena została obniżona o 60%, to znaczy, że 60% pierwotnej ceny zostało skasowane. Jeśli przed przeceną kilogram parówek kosztował 15 zł, to po przecenie będzie to jedynie 6 zł, czyli o 9 zł mniej (jako że 9 zł to 60% z 15 zł).

40%

60%

Podobnie, jeśli cena towaru idącego po 40 zł zostanie podniesiona o 30%, to znaczy, że 30% pierwotnej ceny zostanie dodane – nowa cena będzie wynosić 52 zł.

100%

30%

* Rogale piekarza Bogdana sprzedawały się po 3,20 zł. Bogdan kocha swoje rogale i doszedł do wniosku, że są warte znacznie więcej – podniósł cenę o 25%.

Widząc smutne twarze rozczarowanych dzieci, Bogdan umiłował się. Obniżył cenę o 25%.

Ku swemu zdziwieniu, Bogdan po obniżce nie otrzymał tej samej ceny, co na początku. Obniżka o 25% poprzedzona przez podwyżkę o 25% w rezultacie obniża cenę.

* Krzyś postanowił sprzedać swoje biurko, by wymienić je na dłuższe. Przepełniony optymizmem ustanowił cenę 600 zł. Po miesiącu uatrakcyjnił ofertę, obniżając cenę o 50% do 300 zł. Kolejny miesiąc napełnił Krzysia rezygnacją – znów obniżył cenę o 50% do 150 zł. Biurko sprzedało się dopiero po kolejnej obniżce o 50%. 75 zł zabolało dumę Krzysia. Taki sam efekt osiągnąłby, obniżając cenę od razu o 87,5%.

Warsztat

Gdy chcemy obliczyć wartość ceny po podwyżce lub obniżce, możemy wykonać to na dwa sposoby:

* Do początkowej ceny dodać (lub odjąć) odpowiedni jej procent
* Początkową cenę pomnożyć przez odpowiedni ułamek

Obydwie operacje są sobie równoważne i sprowadzają się do wykonania tych samych rachunków, jednak w drugiej metodzie zapis jest trochę przejrzystszy i znacznie wygodniejszy, gdy łączymy ze sobą wiele przecen i podwyżek. Następujące po sobie: podwyżkę o 25% i obniżkę o 25% ceny 3,20 zł możemy zapisać w jednej linijce:

Co więcej, ponieważ mnożenie jest łączne:

Widzimy teraz, że działania piekarza Bogdana były równoważne jednorazowej obniżce o 6,25%.

Intuicje

Czasami interesuje nas zagadnienie odwrotne do obliczania podwyżki o dany procent: O ile procent większa jest jedna liczba od drugiej? Początkowo pączek różany u Bogdana kosztował 2 zł, a teraz kosztuje 2,25zł. Podejrzliwe dzieci chcą wiedzieć, jak bardzo Bogdan z nich zdziera. Chcą więc się dowiedzieć [[5]](#footnote-5)„o ile procent podwyższono cenę 2zł, skoro wyszło 2,25 zł ?”. Nowa cena jest o 0,25 zł większa od pierwotnej. Wystarczy się dowiedzieć, jaką część początkowej ceny stanowi 0,25 zł:

Prawda jest brutalna: Bogdan podniósł cenę o 12,5%. Na tej samej zasadzie możemy się zastanawiać, o ile procent jedna liczba jest mniejsza od drugiej. Pani Krystyna ważyła 72 kg. Od kiedy postanowiła wziąć udział w konkursie na top modelkę, schudła do 64 kg. O ile procent mniej waży? Różnica wag wynosi 72 kg – 64 kg = 8 kg, czyli początkowej wagi. Pani Krystyna zrzuciła ponad jedną dziesiątą masy ciała.

Punkty procentowe

Intuicje

Wyobraźmy sobie taką sytuację: W mieście Gotham pojawia się Joker. Współczynnik przestępczości wzrasta do 35%, co oznacza, że statystycznie 35 na 100 mieszkańców miasta popełnia zbrodnie. Wtedy do miasta przybywa Batman i zaprowadza porządek, by zwrócić obywatelom spokojny sen. Przegrana Jokera wstrząsnęła kryminalnym półświatkiem i w rezultacie przestępczość spadła do 14%. Do miasta Gotham przybywa matematyk i pyta: o ile procent spadła przestępczość w wyniku działań Batmana? Sierżant James Gordon przedstawia matematykowi dane i odpowiada z dumą, że o 21%. Matematyk wyśmiewa go w twarz i opuszcza Gotham zdegustowany.

Zastanówmy się nad poprawną odpowiedzią. Przypuśćmy chwilowo, że miasto Gotham liczy 100 000 mieszkańców. Jeśli po przybyciu Jokera współczynnik przestępczości wynosił 35%, w mieście znajdowało się 35 000 przestępców. Gdy Batman posprzątał śmieci, w mieście pozostało 14 000 przestępców. O ile procent liczba 14 000 jest mniejsza od 35 000?

I oto fakty: przestępczość w mieście spadła o 60%.

Gdy napotykamy problem: „o ile procent mniejszy jest odsetek 14% niż odsetek 35%?”, procenty możemy potraktować jako zwykłe ułamki. Pytanie: „o ile procent mniejsza jest liczba 0,14 niż 0,35?” jest już znacznie bardziej zrozumiałe, choć wyraża ten sam dylemat.

Liczba, którą podał James Gordon, wyrażała tzw. *punkty procentowe*. Gdyby sierżant stwierdził, że współczynnik przestępczości spadł o 21 punktów procentowych, zasłużyłby na szacunek matematyka. Punkty procentowe służą właśnie do wyrażania różnicy pomiędzy dwoma wielkościami reprezentowanymi w postaci procentów.

* Chipsy „Lay’s Prosto z Pieca” [[6]](#footnote-6)reklamują się zawartością tłuszczu obniżoną o 70%. Jeśli w zwykłych chipsach zawartość tłuszczu wynosi 30%, to po obniżeniu zawartości tłuszczu o 70% będziemy mieli

Czyli Chipsy „Lay’s Prosto z Pieca” powinny zawierać 9% tłuszczu. Obniżka wynosi zatem 21 punktów procentowych.

* Wyobraźmy sobie kraj, w którym poziom bezrobocia jest wysoki[[7]](#footnote-7) i sięga 15%. Jeśli pewien szanowny polityk ogłosi, że obniży bezrobocie o 10%, to nie oczekujmy, że w wyniku będzie ono wynosiło 5%. Liczba o 10% mniejsza niż 15% to

czyli w najlepszym wypadku bezrobocie spadnie o 1,5 punktu procentowego.

1. parówki pana Janusza [↑](#footnote-ref-1)
2. kradzione [↑](#footnote-ref-2)
3. Czy masz ukończone 18 lat? Tak – zrozumiałem, wkraczam / Nie – powrót do bezpieczeństwa [↑](#footnote-ref-3)
4. Jak dobrze pójdzie, stanie się to polskim przysłowiem. [↑](#footnote-ref-4)
5. Ach ta dzisiejsza młodzież… [↑](#footnote-ref-5)
6. Jeśli gorszy Cię lokowanie produktu, możesz posługiwać się zastępczą niesugestywną nazwą „Gays Prosto z Pieca” [↑](#footnote-ref-6)
7. Raczej nie musimy mieć bujnej wyobraźni [↑](#footnote-ref-7)